

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»**

Кафедра математической кибернетики и компьютерных наук

**СОЗДАНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ОТРИСОВКИ ГРАФОВ И  
АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РАБОТЫ С НИМИ**

КУРСОВАЯ РАБОТА

студента 2 курса 211 группы  
направления 02.03.02 – Фундаментальная информатика и информационные  
технологии  
факультета КНиИТ  
Морозова Андрея Денисовича

Научный руководитель  
ст. преподаватель

\_\_\_\_\_

М. И. Сафрончик

Заведующий кафедрой  
к. ф.-м. н., доцент

\_\_\_\_\_

А. С. Иванов

Саратов 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1 Введение .....	4
1.1 Графы .....	4
2 История создания языка SQL .....	6
2.1 Создатели .....	6
2.2 Еще элементы математического текста .....	6
2.3 Снова математический текст .....	7
3 Раздел с подразделами .....	9
3.1 Текст с формулами и леммой .....	9
3.2 Название другого подраздела .....	10
3.2.1 Более мелкий подраздел .....	10
3.2.2 Текст с таблицей .....	10
3.2.3 Текст с кодом программы .....	11
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	14
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	15
Приложение А Нумеруемые объекты в приложении .....	16
Приложение Б Листинг программы .....	17
Приложение В Многостраничная таблица .....	19

## ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является изучение работы фреймворка для кроссплатформенной разработки "Flutter и разработка приложения для создания графов и взаимодействия с ними.

Поставлены задачи:

- разбор алгоритмов на графах
- разбор работы с Flutter
- построение приложения

# 1 Введение

## 1.1 Графы

Граф — математический объект, состоящий из двух множеств. Одно из них — любое конечное множество, его элементы называются *вершинами* графа. Другое множество состоит из пар вершин, эти пары называются *ребрами* графа. [1]

**Ориентированный граф** определяется как пара  $(V, E)$ , где  $V$  — конечное множество, а  $E$  — бинарное отношение на  $V$ , т. е. подмножество множества  $V \times V$ . Ориентированный граф для краткости называют **орграфом**. Множество  $V$  называют **множеством вершин графа**, а его элемент называют **вершиной** графа. Множество  $E$  называют **множеством рёбер**, а его элементы называют **рёбрами**. Граф может содержать **рёбра-циклы**, соединяющие вершину с собой. На рисунке 1 изображен ориентированный граф с множеством вершин  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ . 2

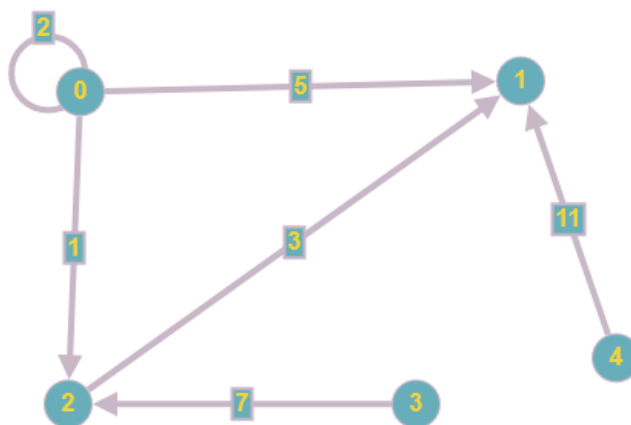


Рисунок 1 – Пример орграфа

В **неориентированном** графе  $G = (V, E)$  множество ребер состоит из **неупорядоченных** пар вершин: парами являются множества  $\{u, v\}$ , где  $u, v \in V$  и  $u \neq v$ . Для неориентированного графа  $\{u, v\}$  и  $\{v, u\}$  обозначают одно и то же ребро. Неориентированный граф не может содержать рёбер-циклов, и каждое ребро состоит из двух различных вершин. На рисунке 2 изображен неориентированный граф с множеством вершин  $\{0, 1, 2, 2, 4\}$

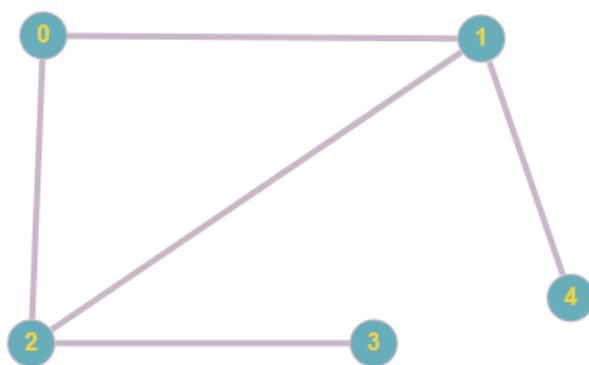


Рисунок 2 – Пример неориентированного графа

## 2 История создания языка SQL

### 2.1 Создатели

Создателями языка SQL являются Реймонд Боус (англ. Ray Boyce) и Дональд Чемберлин (англ. Donald Chamberlin)

### 2.2 Еще элементы математического текста

Нейрон является составной частью нейронной сети. Он состоит из элементов трех типов: умножителей (синапсов), сумматора и нелинейного преобразователя. Синапсы осуществляют связь между нейронами, умножают входной сигнал на число, характеризующее силу связи (вес синапса). Сумматор выполняет сложение сигналов, поступающих по синаптическим связям от других нейронов, и внешних входных сигналов. Нелинейный преобразователь реализует нелинейную функцию одного аргумента — выхода сумматора. Эта функция называется функцией активации или передаточной функцией. На рисунке 3 приведено строение одного нейрона.

Нейрон в целом реализует скалярную функцию векторного аргумента. Математическая модель нейрона:

$$s = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b,$$

$$y = f(s),$$

где  $w_i$  — вес синапса;  $i = 1, \dots, n$ ;  $b$  — значение смещения;  $s$  — результат суммирования;  $x_i$  —  $i$ -тый компонент входного вектора (входной сигнал),  $i = 1, \dots, n$ ;  $y$  — выходной сигнал нейрона;  $n$  — число входов нейрона;  $f(s)$  — нелинейное преобразование (функция активации).

Рисунок 3 – Нейрон

В качестве функции активации нейронов берут обычно одну из следующих:

- пороговая функция активации;
- экспоненциальная сигмоида;
- рациональная сигмоида;
- гиперболический тангенс.

Данные функции активации обладают таким важным свойством как нелинейность. Нелинейность функции активации принципиальна для построения нейронных сетей. Если бы нейроны были линейными элементами, то любая последовательность нейронов также производила бы линейное преобразование и вся нейронная сеть была бы эквивалентна одному нейрону (или одному слою нейронов в случае нескольких выходов). Нелинейность разрушает суперпозицию и приводит к тому, что возможности нейросети существенно выше возможностей отдельных нейронов.

### 2.3 Снова математический текст

Опишем самую популярную архитектуру — многослойный персептрон с последовательными связями и сигмоидальной функцией активации (Feedforward Artificial Neural Network, FANN).

В многослойных нейронных сетях с последовательными связями нейроны делятся на группы с общим входным сигналом — слои. Стандартная сеть состоит из  $L$  слоев, пронумерованных слева направо. Каждый слой содержит совокупность нейронов с едиными входными сигналами. Внешние входные сигналы подаются на входы нейронов входного слоя (его часто нумеруют как нулевой), а выходами сети являются выходные сигналы последнего слоя. Кроме входного и выходного слоев в многослойной нейронной сети есть один или несколько скрытых слоев, соединенных последовательно в прямом направлении и не содержащих связей между элементами внутри слоя и обратных связей между слоями. Число нейронов в слое может быть любым и не зависит от количества нейронов в других слоях. Архитектура нейронной сети прямого распространения сигнала приведена на рисунке 4.

На каждый нейрон первого слоя подаются все элементы внешнего входного сигнала. Все выходы нейронов  $i$ -го слоя подаются на каждый нейрон слоя  $i + 1$ .

Нейроны выполняют взвешенное суммирование элементов входных сигналов. К сумме прибавляется смещение нейрона. Над результатом суммирования выполняется нелинейное преобразование — функция активации (передаточная функция). Значение функции активации есть выход нейрона. Приведем схему многослойного персептрона. Нейроны представлены кружками, связи между нейронами — линиями со стрелками.

Рисунок 4 – Архитектура многослойной сети прямого распространения

Функционирование сети выполняется в соответствии с формулами:

$$s_j^{[k]} = \sum_{i=1}^{N_{k-1}} w_{ji}^{[k]} y_i^{[k-1]} + b_j^{[k]}, \quad j = 1, \dots, N_k, \quad k = 1, \dots, L;$$

$$y_j^{[k]} = f(s_j^{[k]}), \quad j = 1, \dots, N_k, \quad k = 1, \dots, L - 1,$$

$$y_j^{[L]} = s_j^{[L]},$$

где

- $y_i^{[k-1]}$  — выходной сигнал  $i$ -го нейрона  $(k - 1)$ -го слоя;
- $w_{ji}^{[k]}$  — вес связи между  $j$ -м нейроном слоя  $(k - 1)$  и  $i$ -м нейроном  $k$ -го слоя;
- $b_j^{[k]}$  — значение смещения  $j$ -го нейрона  $k$ -го слоя;
- $y = f(s)$  — функция активации;
- $y_j^{[k]}$  — выходной сигнал  $j$ -го нейрона  $k$ -го слоя;
- $N_k$  — число узлов слоя  $k$ ;
- $L$  — общее число основных слоев;
- $n = N_0$  — размерность входного вектора;
- $m = N_L$  — размерность выходного вектора сети.

На рисунке 5 представлена сеть прямого распространения сигнала с 5 входами, 3 нейронами в скрытом слое и 2 нейронами в выходном слое.

Рисунок 5 – Пример нейронной сети



### 3 Раздел с подразделами

#### 3.1 Текст с формулами и леммой

Обозначим  $[y_0, y_1, \dots, y_p; f]$  разделенную разность порядка  $p$  функции  $f$  по узлам  $y_0 < y_1 < \dots < y_p$ .

Обозначим  $L_p f(x; y_0, y_1, \dots, y_p)$  интерполяционный полином Ньютона функции  $f$  по узлам  $y_0, y_1, \dots, y_p$ :

$$L_p f(x; y_0, y_1, \dots, y_p) = \sum_{j=0}^p [y_0, \dots, y_j; f] \cdot \prod_{i=0}^{j-1} (x - y_i), \quad x - y_{-1} \stackrel{\text{def}}{=} 1 \quad (1)$$

**Лемма 1.** Если  $0 \leq x_0 < x_1 < \dots < x_p \leq 1$  и  $f \in C[0, 1]$  удовлетворяет условиям

1.  $f(x) \geq 0, x \in [0, 1]$ ;
2.  $[y_0, \dots, y_{p+1}; f] \geq 0$  для всех  $y_i \in [0, 1], i = 0, \dots, p + 1$ ,

тогда

$$L_p f(x; x_0, \dots, x_p) \geq 0 \quad (2)$$

для всех  $x \in [x_{p-(2k+1)}, x_{p-2k}], k = 0, \dots, [p/2], x_{-1} \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$ .

*Доказательство.* Возьмем  $x \in [x_{p-(2k+1)}, x_{p-2k}], k = 0, \dots, [p/2]$ .

Из условия 1 леммы следует, что

$$[x_0, \dots, x_{p-(2k+1)}, x, x_{p-2k}, \dots, x_p; f] \geq 0,$$

т. е.

$$\Delta_p f(x; x_0, \dots, x_p) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^p & f(x_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{p-(2k+1)} & x_{p-(2k+1)}^2 & \cdots & x_{p-(2k+1)}^p & f(x_{p-(2k+1)}) \\ \stackrel{\text{def}}{=} & 1 & x & x^2 & \cdots & x^p & f(x) \\ & 1 & x_{p-2k} & x_{p-2k}^2 & \cdots & x_{p-2k}^p & f(x_{p-2k}) \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ & 1 & x_p & x_p^2 & \cdots & x_p^p & f(x_p) \end{vmatrix} \geq 0 \quad (3)$$

Из равенства

$$\Delta_p f(x; x_0, \dots, x_p) = (L_p f(x; x_0, \dots, x_p) - f(x)) \prod_{0 \leq i < j \leq p} (x_j - x_i).$$

и (3) следует, что

$$L_p f(x; x_0, \dots, x_p) \geq f(x).$$

С учетом условия 1 леммы мы получаем утверждение (2).  $\square$

## 3.2 Название другого подраздела

### 3.2.1 Более мелкий подраздел

Если разность энергий электронно-дырочных уровней  $E_2 - E_1$  близка к энергии предельного оптического фонона  $\hbar\Omega_{LO}$ , то в разложении волновых функций полного гамильтониана можно ограничиться нулевым приближением для всех состояний, за исключением близких по значению к  $E_2$ .

### 3.2.2 Текст с таблицей

В таблице 1 представлены результаты сокращения словарей неисправностей для схем из каталога ISCAS'89.

Таблица 1 – Результат сокращения словарей неисправностей при помощи масок

1	2	3	4	5	6	7	8
S298	177	1932	341964	61	10797	3,16%	0,61
S344	240	1397	335280	59	14160	4,22%	0,53
S349	243	1474	358182	62	15066	4,21%	0,60
S382	190	12444	2364360	55	10450	0,44%	3,78
S386	274	2002	548548	91	24934	4,55%	1,40
S400	194	13284	2577096	58	11252	0,44%	4,28
S444	191	13440	2567040	60	11460	0,45%	4,26
S510	446	700	312200	70	31220	10,00%	0,63
S526	138	13548	1869624	38	5244	0,28%	2,41
S641	345	5016	1730520	132	45540	2,63%	7,06
S713	343	3979	1364797	131	44933	3,29%	5,61
S820	712	21185	15083720	244	173728	1,15%	126,99
S832	719	21603	15532557	253	181907	1,17%	135,18
S953	326	322	104972	91	29666	28,26%	0,27
S1423	293	750	219750	93	27249	12,40%	0,57
S1488	1359	22230	30210570	384	521856	1,73%	541,69

### 3.2.3 Текст с кодом программы

Термин «разреженная матрица» впервые был предложен Гарри Марковицем. В 1989 он был награжден премией имени Джона фон Неймана в том числе и за вклад в теорию методов для разреженных матриц.

В большинстве источников, разреженной матрицей называется матрица, в которой мало ненулевых элементов. Это нельзя назвать определением из-за слова «мало». В понятие разреженной матрицы определяется так: «Мы можем называть матрицу разреженной, если применение к ней методов, описываемых в книге, экономит память и/или время». Таким образом, следует дать определение алгоритму для разреженных матриц. Алгоритмом для разреженных матриц будем называть алгоритм, у которого время работы и необходимый объем памяти зависят от количества ненулевых элементов в матрице.

Размерность квадратной матрицы  $A$  будем обозначать  $n$ , а количество ненулевых элементов в ней  $|A|$ .

Плотные матрицы обычно хранятся в качестве двумерного массива  $n \times n$ . Будем обозначать такой массив  $a$ . Разреженные матрицы не стоит хранить таким способом из-за слишком большого потребления памяти, которая будет занята в основном нулевыми элементами.

Один из вариантов представления разреженных матриц в памяти компьютера — в виде трех массивов: `column`, `value` и `rowIndex`. Размеры массивов `column` и `value` равны  $|A|$ . Размер `rowIndex` равен  $n + 1$ . Ненулевые элементы матрицы  $A$  хранятся последовательно по строкам в этих массивах. Элемент `column[i]` содержит номер столбца, в котором содержится  $i$ -й ненулевой элемент, а `value[i]` — его величину. Массив `rowIndex[i]` содержит в себе индекс первого ненулевого элемента  $i$ -й строки. Все ненулевые элементы  $i$ -й строки содержатся в массивах `column` и `value` в элементах с индексами от `rowIndex[i]` по `rowIndex[i + 1] - 1`. Для удобства полагают `rowIndex[n] = |A|`.

Для примера рассмотрим следующую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 6 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Массивы `column`, `value` и `rowIndex` для этой матрицы представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Массивы `column`, `value` и `rowIndex`

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<code>column</code>	0	2	1	2	3	2	0	1	3	2	4	
<code>value</code>	1	5	2	7	4	1	9	6	3	3	5	
<code>rowIndex</code>	0	2	5	6	9	11						

Неизвестный вектор и вектор правой части хранятся в виде массивов размера  $n$ . Массив неизвестного вектора обозначают `x`, а массив правой части — `rhs`.

Рассмотрим пример алгоритма для разреженных матриц. Алгоритм решения СЛАУ, представленной нижнетреугольной матрицей `a`, можно реализовать двумя вложенными циклами по `n`:

```

1 for(int i = 0; i < n; ++i){
2     x[i] = rhs[i];
3     for(int j = 0; j < i; ++j)
4         x[i] -= a[i][j] * x[j];
5     x[i] /= a[i][i];
6 }
```

Но, если матрица `a` хранится в разреженном виде, то в данном алгоритме можно проходить только по ненулевым элементам `a`:

```

1 for(int i = 0; i < n; ++i){
2     x[i] = rhs[i];
3     for(int j = rowIndex[i]; j < rowIndex[i + 1] - 1; ++j)
4         x[i] -= value[j] * x[column[j]];
5     x[i] /= value[rowIndex[i + 1] - 1];
6 }
```

В первом случае оценка времени работы будет  $O(n^2)$ , а во втором  $O(|A|)$ .

Методы для разреженных матриц основаны на следующих главных принципах

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работы приведен пример оформления студенческой работы средствами системы ЛАТЭХ.

Показано, как можно оформить документ в соответствии:

- с правилами оформления курсовых и выпускных квалификационных работ, принятых в Саратовском государственном университете в 2012 году;
- с правилами оформления титульного листа отчета о прохождении практики в соответствии со стандартом.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 *Захарова, В. Е.* ТЕОРИЯ ГРАФОВ: Учебное пособие / В. Е. Захарова, Д. В. Алексеев. — Нижегородский университет, 2017. — Р. 119.
- 2 *Кормен, Томас Х.* Алгоритмы: построение и анализ, 2-е издание / Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Роналд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. — Издательский дом Вильямс; 2013. — Р. 1296.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Нумеруемые объекты в приложении

Таблица 3 – Results of pass-fail dictionary reduction with the help of masks

Circuit	Number of modelled faults	Number of test vectors in the test set	The volume of pass-fail dictionary, bit	The volume of found mask	The volume of masked dictionary, bit	% of pass-fail dictionary	CPU running time, min
S298	177	322	56994	30	5310	9,32%	0,07
S344	240	127	30480	29	6960	22,83%	0,04
S349	243	134	32562	35	8505	26,12%	0,05
S382	190	2074	394060	28	5320	1,35%	0,43
S386	274	286	78364	65	17810	22,73%	0,26
S400	194	2214	429516	32	6208	1,45%	0,99
S444	191	2240	427840	30	5730	1,34%	0,98
S526	138	2258	311604	28	3864	1,24%	0,61
S641	345	209	72105	58	20010	27,75%	0,24
S713	343	173	59339	58	19894	33,53%	0,19
S820	712	1115	793880	147	104664	13,18%	9,09
S832	719	1137	817503	151	108569	13,28%	9,20
S953	326	14	4564	13	4238	92,86%	0,01
S1423	293	150	43950	58	16994	38,67%	0,15
S1488	1359	1170	1590030	158	214722	13,50%	26,69

$$F(x) = \int_a^b f(x) dx. \quad (4)$$

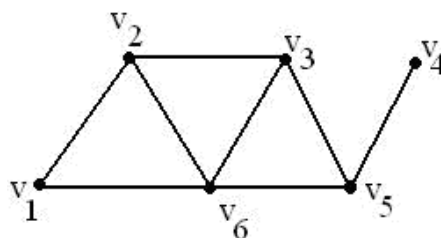


Рисунок 6 – Подпись к рисунку

Таблица 4

0	1
1	0



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Листинг программы

Код приложения task.pl.

```
1 use locale;
2 use encoding "cp866";
3 {
4     print "Имя папки: "; my $folder_name=<>;
5     chomp($folder_name);
6     my @files = `chcp 866 & attrib $folder_name\*.pl`;
7     if (substr($files[1],0,15) eq 'Не найден путь:') {
8         print "Путь не найден. Попробуйте еще.\n";
9         redo;
10    }
11    elsif (substr($files[1],0,15) eq 'Не найден файл:') {
12        print "Папка не содержит файлов .txt .\n";
13        last;
14    }
15    else {
16        foreach my $file (@files[1 .. $#files]){
17            my $file_name = substr($file, 11);
18            chomp($file_name);
19            open(FH,"<$file_name") or die $!;
20            my %hash = ();
21            foreach $chunk (<FH>){
22                my @words = $chunk =~ /([\@%\$][a-zA-Z_0-9]+[\[\{\}])/g;
23                foreach my $word (@words) {
24                    $word = "\$".substr($word, 1)
25                    if (substr($word, 0, 1) eq '@' &&
26                        substr($word, -1) eq '[');
27                    $word = "\$".substr($word, 1). "["
28                    if (substr($word, 0, 1) eq '@');
29                    $word = "\$".substr($word, 1). "{"
30                    if (substr($word, 0, 1) eq '%');
31                    $hash{$word}++;
32                };
33            };
34            my @xs = keys %hash;
35            print @xs;
36            close(FH);
37            my $ans = scalar(@xs);
```

```
38         print "$file_name : $ans\n";
39     }
40 }
41 }
```

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**  
**Многостраничная таблица**